Раздел II. Основы теории теплообмена.

Тема 8. Основные понятия и определения.

Теория теплообмена изучает процессы распространения теплоты в твердых, жидких и газообразных телах. Перенос теплоты может передаваться тремя способами:

- теплопроводностью;
- конвекцией;
- излучением (радиацией).

Процесс передачи теплоты *теплопроводностью* происходит при непосредственном контакте тел или частицами тел с различными температурами и представляет собой молекулярный процесс передачи теплоты. При нагревании тела, кинетическая энергия его молекул возрастает и частицы более нагретой части тела, сталкиваясь с соседними молекулами, сообщают им часть своей кинетической энергии.
Конвекция – это перенос теплоты при перемещении и перемешивании всей массы неравномерно нагретых жидкости или газа. При этом, перенос теплоты зависит от скорости движения жидкости или газа прямо пропорционально. Этот вид передачи теплоты сопровождается всегда теплопроводностью. Одновременный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называется *конвективным теплообменом.*
В инженерных расчетах часто определяют конвективный теплообмен между потоками жидкости или газа и поверхностью твердого тела. Этот процесс конвективного теплообмена называют *конвективной теплоотдачей* или просто *теплоотдачей*.
Процесс передачи теплоты внутренней энергии тела в виде электромагнитных волн называется *излучением (радиацией)*. Этот процесс происходит в три стадии: превращение части внутренней энергии одного из тел в энергию электромагнитных волн, распространение э/м волн в пространстве, поглощение энергии излучения другим телом.
Совместный теплообмен излучением и теплопроводностью называют *радиационно-кондуктивным* теплообменом.
Совокупность всех трех видов теплообмена называется *сложным теплообменом*.
Процессы теплообмена могут происходит в различных средах: чистых веществах и разных смесях, при изменении и без изменения агрегатного состояния рабочих сред и т.д. В зависимости от этого теплообмен протекает по разному и описывается различными уравнениями.
Процесс переноса теплоты может сопровождаться переносом вещества *(массообмен)*. Например испарение воды в воздух, движение жидкостей или газов в трубопроводах и.т.п. и.т.д. Тогда процесс теплообмена усложняется, так как теплота дополнительно переносится с массой движущегося вещества.

Тема 9.Теплопроводность.

9.1. Температурное поле. Уравнение теплопроводности.

Будем рассматривать только однородные и *изотропные* тела, т.е. такие тела, которые обладают одинаковыми физическими свойствами по всем направлениям. При передачи теплоты в твердом теле, температура тела будет изменяться по всему объему тела и во времени. Совокупность значений температуры в данный момент времени для всех точек изучаемого пространства называется *температурным полем*:

$$t = f(x,y,z,\tau)\ , \quad (9.1)$$

где: t –температура тела;
x,y,z -координаты точки;
τ - время.

Такое температурное поле называется *нестационарным* $\partial t/\partial \iota \neq 0$, т.е. соответствует неустановившемуся тепловому режиму теплопроводности

Если температура тела функция только координат и не изменяется с течением времени, то температурное поле называется *стационарным*:

$$t = f(x,y,z)\ ,\ \partial t/\partial \iota = 0 \quad (9.2)$$

Уравнение двухмерного температурного поля:
для нестационарного режима:

$$t = f(x,y,\tau)\ ;\ \partial t/\partial z = 0 \quad (9.3)$$

для стационарного режима:

$$t = f(x,y)\ ,\ \partial t/\partial z = 0;\ \partial t/\partial \iota = 0 \quad (9.4)$$

Уравнение одномерного температурного поля:
для нестационарного режима:

$$t = f(x,\tau)\ ;\ \partial t/\partial y = \partial t/\partial z = 0;\ \partial t/\partial \iota \neq 0 \quad (9.5)$$

для стационарного режима:

$$t = f(x)\ ;\ \partial t/\partial y = \partial t/\partial z = 0;\ \partial t/\partial \iota = 0 \quad (9.6)$$

Изотермической поверхностью называется поверхность тела с одинаковыми температурой.

Рассмотрим две изотермические поверхности (Рис.9.1) с температурами t и $t + \Delta t$. *Градиентом температуры* называют предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между изотермами по нормали Δn, когда стремится к нулю:

$$\text{grad}t = |\mathbf{gradt}| = \lim[\Delta t/\Delta n]_{\Delta n \to 0} = \partial t/\partial n \quad (9.7)$$

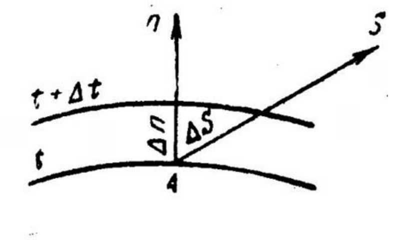


Рис. 9.1.

Температурный градиент-это вектор, направленной по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный производной температуры t по нормали *n*:

$$\mathbf{grad}t = \partial t/\partial n\ \mathbf{n_0}\ , \quad (9.7^*)$$

где: $\mathbf{n_0}$ – единичный вектор.

Количество теплоты, проходящее через изотермическую поверхность F в единицу времени называется *тепловым* потоком – Q, [Вт=Дж/с].

Тепловой поток, проходящий через единицу площади называют *плотностью теплового потока* – $q = Q / F$, [Вт/м^2]

Для твердого тела уравнение теплопроводности подчиняется *закону Фурье*:

||*Тепловой поток, передаваемая теплопроводностью,*||*пропорциональна градиенту температуры и площади сечения,*||*перпендикулярного направлению теплового потока.*

$$Q = -\lambda \cdot F \cdot \partial t/\partial n, \quad (9.8)$$

или

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \partial t/\partial n \cdot \mathbf{n_0} = -\lambda \cdot \mathbf{grad}t\ , \quad (9.9)$$

где: **q** – вектор плотности теплового потока;
λ – коэффициент теплопроводности, [Вт/(м·К)].
Численное значение вектора плотности теплового потока равна:

$$q = -\lambda \cdot \partial t/\partial n = -\lambda \cdot |\mathbf{grad t}| , (9.10)$$

где:|gradt|- модуль вектора градиента температуры.
Коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества, характеризующим способность тела проводит теплоту, Она зависит от рода вещества, давления и температуры. Также на её величину влияет влажность вещества. Для большинства веществ коэффициент теплопроводности определяются опытным путем и для технических расчетов берут из справочной литературы.
Дифференциальное уравнение теплопроводности для трехмерного нестационарного температурного поля имеет следующий вид:

, (9.11)

где: a = $\lambda/(\rho \cdot \rho)$ –*коэффициент температуропроводности* [м^2/с], характеризует скорость изменения температуры.
Для стационарной задачи, дифференциальное уравнение имеет вид:

. (9.12)

9.2. Стационарная теплопроводность через плоскую стенку.

1).Однородная плоская стенка (Рис.9.2.).

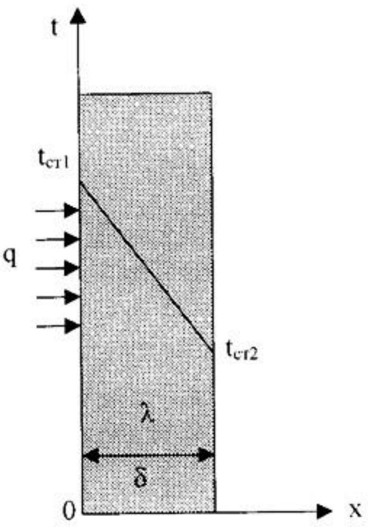


Рис.9.2. Однородная плоская стенка.

Температуры поверхностей стенки –$t_{ст1}$ и $t_{ст2}$.
Плотность теплового потока:

$$q = -\lambda \cdot \partial t/\partial n = - \lambda \cdot \partial t/\partial x = - \lambda \cdot (t_{ст2} - t_{ст1})/(x_{ст2} - x_{ст1}) \cdot$$

или

$$q = \lambda \cdot (t_{ст2} - t_{ст1})/(x_{ст2} - x_{ст1}) \cdot \Delta t/\Delta x \ (9.13)$$

- температурный напор;
- толщина стенки.
Тогда

$$q = \lambda/\delta\cdot(t_{ст1} - t_{ст2}) = \lambda/\delta\cdot\Delta t, \quad (9.14)$$

Если $R = \delta/\lambda$ -термическое сопротивление теплопроводности стенки [(м^2·К)/Вт], то плотность теплового потока:

$$q = (t_{ст1} - t_{ст2})/R \ . \quad (9.15)$$

Общее количество теплоты, которое передается через поверхность F за время τ определяется:

$$Q = q\cdot F\cdot\tau = (t_{ст1} - t_{ст2})/R\cdot F\cdot\tau \ . \quad (9.16)$$

Температура тела в точке с координатой *x* находится по формуле:

$$t_x = t_{ст1} - (t_{ст1} - t_{ст2})\cdot x/\delta \ . \quad (9.17)$$

2).<u>Многослойная плоская стенка.</u>

Рассмотрим 3-х слойную стенку (Рис.9.3). Температура наружных поверхностей стенок$t_{ст1}$ и $t_{ст2}$, коэффициенты теплопроводности слоевλ_1, λ_2, λ_3, толщина слоевδ_1, δ_2, δ_3.

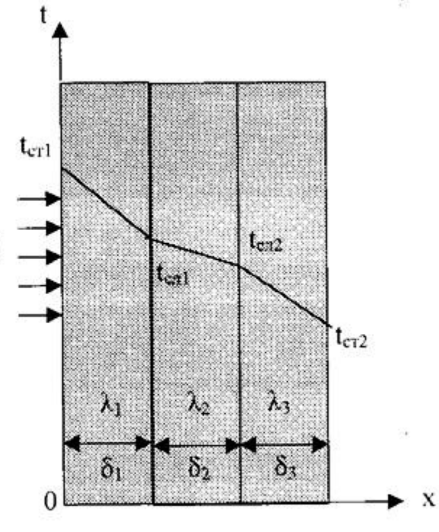


Рис.9.3. Многослойная плоская стенка.

Плотности тепловых потокок через каждый слой стенки:

$$q = \lambda_1/\delta_1\cdot(t_{ст1} - t_{сл1}) \ , \quad (9.18)$$

$$q = \lambda_2/\delta_2\cdot(t_{сл1} - t_{сл2}) \ , \quad (9.19)$$

$$q = \lambda_3/\delta_3\cdot(t_{сл2} - t_{ст2}) \ , \quad (9.20)$$

Решая эти уравнения, относительно разности температур и складывая, получаем:

$$q = (t_1 - t_4)/(\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3) = (t_{ст1} - t_{ст4})/R_o \ , \quad (9.21)$$

где: $R_o = (\delta_1/\lambda_1 + \delta_2/\lambda_2 + \delta_3/\lambda_3)$ – общее термическое сопротивление теплопроводности многослойной стенки.

Температура слоев определяется по следующим формулам:

$$t_{сл1} = t_{ст1} - q\cdot(\delta_1/\lambda_1). \quad (9.22)$$

$$t_{сл2} = t_{сл1} - q\cdot\delta_2/\lambda_2). \quad (9.23)$$

9.3. Стационарная теплопроводность через цилиндрическую стенку.

1). Однородная цилиндрическая стенка.

Рассмотрим однородный однослойный цилиндр длиной l, внутренним диаметром d_1и внешним диаметром d_2 (Рис.9.4).

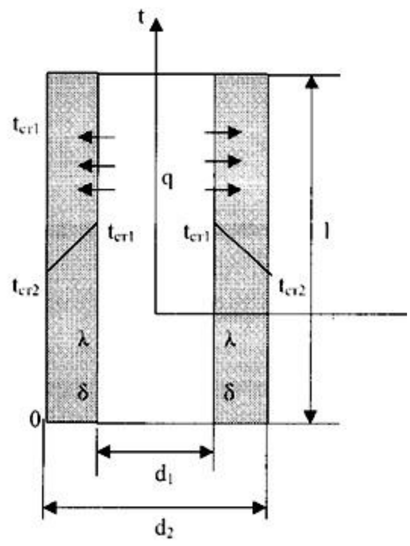


Рис.9.4. Однослойная цилиндрическая стенка.

Температуры поверхностей стенки –$t_{ст1}$ и $t_{ст2}$.
Уравнение теплопроводности по закону Фурье в цилиндрических координатах:

$$Q = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \partial t / \partial r \quad (9.24)$$

или

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l \cdot \Delta t / \ln(d_2/d_1), \quad (9.25)$$

где: $\Delta t = t_{ст1} - t_{ст2}$ – температурный напор;
λ – коэффициент теплопроводности стенки.
Для цилиндрических поверхностей вводят понятия тепловой поток единицы длины цилиндрической поверхности (*линейная плотность теплового потока*), для которой расчетные формулы будут:

$$q_l = Q/l = 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t / \ln(d_2/d_1), \text{ [Вт/м]}. \quad (9.26)$$

Температура тела внутри стенки с координатойd$_x$:

$$t_x = t_{ст1} - (t_{ст1} - t_{ст2}) \cdot \ln(d_x/d_1) / \ln(d_2/d_1). \quad (9.27)$$

2). Многослойная цилиндрическая стенка.
Допустим цилиндрическая стенка состоит из трех плотно прилегающих слоев (Рис.9.5).

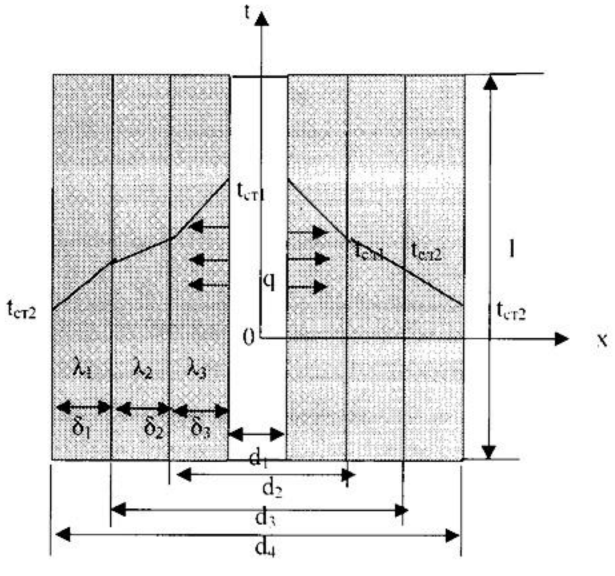


Рис.9.5. Многослойная цилиндрическая стенка.

Температура внутренней поверхности стенки $-t_{ст1}$, температуранаружнойповерхности стенки $-t_{ст2}$, коэффициенты теплопроводности слоев $-\lambda_1$, λ_2, λ_3, диаметры слоев d_1, d_2, d_3, d_4.

Тепловые потоки для слоев будут:

1-й слой

$$Q = 2\cdot\pi\cdot \lambda_1\cdot l\cdot(t_{ст1} - t_{сл1})/ \ln(d_2/d_1), \quad (9.28)$$

2-й слой

$$Q = 2\cdot\pi\cdot\lambda_2\cdot l\cdot(t_{сл1} - t_{сл2})/ \ln(d_3/d_2), \quad (9.29)$$

3-й слой

$$Q = 2\cdot\pi\cdot\lambda_3\cdot l\cdot(t_{сл2} - t_{ст2})/ \ln(d_4/d_3), \quad (9.30)$$

Решая полученные уравнения, получаем для теплового потока через многослойную стенку:

$$Q = 2\cdot\pi\cdot l\cdot(t_{ст1} - t_{ст2}) / [\ln(d_2/d_1)/\lambda_1 + \ln(d_3/d_2)/\lambda_2 + \ln(d_4/d_3)/\lambda_3]. \quad (9.31)$$

Для линейной плотности теплового потока имеем:

$$q_l = Q/l = 2\cdot\pi\cdot (t_1 - t_2) / [\ln(d_2/d_1)/\lambda_1 + \ln(d_3/d_2)/\lambda_2 + \ln(d_4/d_3)/\lambda_3]. \quad (9.32)$$

Температуру между слоями находим из следующих уравнений:

$$t_{сл1} = t_{ст1} - q_l\cdot\ln(d_2/d_1) / 2\cdot\pi\cdot\lambda_1 . \quad (9.33)$$

$$t_{сл2} = t_{сл1} - q_l\cdot\ln(d_3/d_2) / 2\cdot\pi\cdot\lambda_2 . \quad (9.34)$$

9.4. Стационарная теплопроводность через шаровую стенку.

Пусть имеется полый шар (Рис.9.6) – внутренний диаметр d_1, внешний диаметрd_2, температура внутренней поверхности стенки $-t_{ст1}$, температуранаружнойповерхности стенки $-t_{ст2}$, коэффициент теплопроводности стенки $-\lambda$.

Уравнение теплопроводности по закону Фурье в сферических координатах:

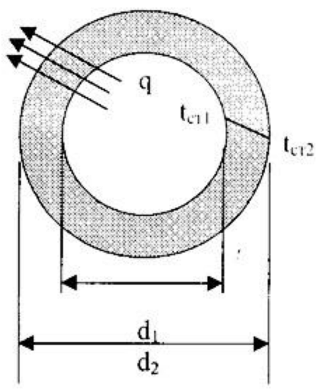
$$Q = - \lambda\cdot 4\cdot\pi\cdot r^2\cdot \partial t / \partial r \quad (9.35)$$

или

$$Q =4\cdot\pi\cdot\lambda\cdot\Delta t/(1/r_2 - 1/r_1) =2\cdot\pi\cdot\lambda\cdot\Delta t/(1/d_1 - 1/d_2) =$$
$$= 2\cdot\pi\cdot\lambda\cdot d_1\cdot d_2\cdot\Delta t /(d_2 - d_1) = \pi\cdot\lambda\cdot d_1\cdot d_2\cdot\Delta t / \delta \quad (9.36)$$

где: $\Delta t = t_{ст1} - t_{ст2}$ – температурный напор;

δ –толщина стенки.



9.6.

Рис.9.6. Однородная шаровая стенка.